
Misurazione dei rendimenti: una rassegna delle tecniche più diffuse

L'interesse principale di chi ha sottoscritto un fondo d'investimento è quello di conoscere di quanto sia cresciuta la propria ricchezza, o meglio quale sia la performance complessiva prodotta dal proprio money manager in un certo intervallo temporale. Le valutazioni dei portafogli gestiti, per rispondere adeguatamente alle necessità dell'investitore, devono essere condotte avendo quale oggetto di studio la *performance*.

L'obiettivo che s'intende perseguire in questa trattazione è dunque quello di presentare e analizzare le metodologie basilari che permettono di valutare ex-post in maniera complessiva le scelte e i risultati conseguiti dai gestori di fondi comuni d'investimento. Anteriormente al processo di valutazione è però necessario predisporre una procedura di misurazione della performance che permetta di determinare elementi quantitativi e statistiche indispensabili allo svolgimento dell'analisi. Si evidenzia inoltre l'esigenza di disporre di una procedura di misurazione conforme all'obiettivo che si desidera perseguire, cioè di una metodologia che risponda in maniera efficiente alle necessità conoscitive dell'investitore.

Gli strumenti di cui si deve disporre per valutare i risultati conseguiti dai vari fondi sono rappresentati da una serie di misure denominate risk-adjusted performance (RAP). La particolarità di tali indici è quella di permettere di analizzare i risultati del gestore considerando congiuntamente sia il rendimento da questo prodotto sia il livello di rischio che è stato assunto per raggiungere tale rendimento. I principi alla base della moderna teoria del portafoglio affermano, infatti, che una classificazione dei portafogli gestiti non può basarsi solo su una misura di rendimento, ma deve fondarsi su un'analisi più approfondita che consideri le modalità tramite le quali siano stati ottenuti certi risultati. La valutazione di un fondo non può quindi avvenire su basi assolute, ma deve essere effettuata su basi relative, cioè considerando congiuntamente le varie componenti della performance (ad esempio lo stile di gestione, il rischio, il benchmark).

Markowitz, che negli anni cinquanta diede origine alla teoria del portafoglio, analizzò il problema della selezione e valutazione delle attività finanziarie basandosi su due parametri, uno di rendimento ed uno di rischio. Tali indicatori sintetizzano molte delle informazioni e caratteristiche di cui deve disporre l'investitore per effettuare una valutazione del proprio fondo d'investimento. È necessario analizzare un fondo in quest'ottica bidimensionale poiché tra rendimento e rischio esiste una relazione diretta, vale a dire che il gestore può ottenere rendimenti via via più elevati incrementando progressivamente il livello di rischiosità del portafoglio ge-

stito, ma aumentando d'altra parte anche la possibilità di incorrere in perdite sempre più consistenti. Emerge, dunque, un trade-off tra queste due misure, dato che il rendimento rappresenta una componente che il risparmiatore cerca di massimizzare mentre il rischio all'opposto è un elemento che gli agenti economici cercano di minimizzare.

La trattazione prende inizio dall'analisi delle metodologie tramite le quali l'investitore può determinare la redditività del fondo sottoscritto, mentre in seguito si prenderà in considerazione il concetto di rischio di un investimento e sarà quindi rilevata l'esigenza di effettuare confronti solo tra prodotti omogenei, cioè con caratteristiche in termini di obiettivi di investimento e rischiosità simile. Una volta che si è misurato il rendimento ed il rischio di un portafoglio si è in grado di valutare il fondo d'investimento attraverso le misure RAP. Tali misure consentono di analizzare se il gestore sia riuscito a raggiungere risultati che siano ottimali nell'ambito del trade-off rischio-rendimento, dato che rettificano la redditività del prodotto gestito in base al suo livello di rischio (rappresentato dalla deviazione standard o dal beta).

Nella trattazione saranno analizzati anche ulteriori elementi che risultano indispensabili al fine di redigere una valutazione esaustiva della performance dei fondi di investimento. Si valuteranno, infatti, i gestori in riferimento al rispettivo benchmark e si indagherà su quegli aspetti particolari che caratterizzano lo stile di gestione di un fondo comune d'investimento.

1 La misurazione del rendimento dei fondi di investimento

Gli indici di rendimento sono lo strumento principale per valutare la redditività di un investimento finanziario. In generale, tali indici misurano la grandezza relativa del reddito prodotto e dell'incremento di valore realizzato dal capitale investito nell'arco di un determinato periodo.

Il calcolo dell'indice di rendimento è particolarmente semplice qualora nel corso del periodo considerato non si verifichi alcun flusso di cassa che vada ad incrementare o a diminuire l'ammontare del capitale investito. In tal caso, supponendo che tutti i proventi D ricevuti a titolo di remunerazione del capitale inizialmente investito $V(t_0)$ siano percepiti alla fine del periodo $[t_0, T]$, l'indice di rendimento è determinato univocamente come:

$$R(t_0, T) = \frac{V(T) + D(T)}{V(t_0)} - 1 \quad (1)$$

dove $V(T)$ è il valore finale del capitale, ovvero $V(t_0)$ corretto per le eventuali plusvalenze o minusvalenze intervenute fra le date $t=t_0$ e $t=T$. Essendo espresso in termini relativi, l'indice di rendimento (1) non dipende dalla scala di misura in cui è espressa la ricchezza investita, ovvero fornisce lo stesso risultato sia che le grandezze coinvolte siano misurate in Euro o multipli dell'Euro. Viceversa, l'indice dipende dalla durata T del pe-

riodo di investimento, per cui non è corretto impiegarlo per confrontare, ad esempio, la redditività di un impiego semestrale del capitale con quella di un impiego annuale.

La questione della confrontabilità degli indici calcolati per periodi di investimento di durata diversa si risolve semplicemente convertendone il valore a una base temporale comune, che in genere è uguale all'anno. Quest'operazione può essere effettuata in due modi, a seconda che si preferisca avvalersi del regime di capitalizzazione semplice o di quello di capitalizzazione composta degli investimenti considerati. Indicando con t la durata dell'investimento espressa in frazioni di anno, nel primo caso la correzione necessaria per riportare il rendimento alla base annuale consiste nel moltiplicare la (1) per la medesima frazione, cioè:

$$R_A(t_0, T) = R(t_0, T) \times \tau$$

dove il pedice A indica che l'indice è espresso relativamente all'anno. Nel secondo caso si avrà, invece:

$$R_A(t_0, T) = [1 + R(t_0, T)]^\tau - 1$$

In generale, la valutazione del rendimento di un portafoglio gestito, e in special modo di un fondo comune di investimento, non può essere ricondotta a questo semplice caso. La ragione di ciò risiede nel fatto che i fondi comuni, specialmente se di tipo aperto, sono soggetti a flussi di cassa in entrata e in uscita con cadenza pressoché quotidiana, che sono determinati principalmente dalle richieste di sottoscrizione e di rimborso di quote.

La scelta dell'indice di rendimento appropriato dipende dalla maniera in cui si intende trattare l'impatto delle variazioni del capitale investito sulla valutazione della redditività.

In primo luogo, i risparmiatori potrebbero essere interessati a misurare esclusivamente la capacità del gestore del fondo di remunerare adeguatamente il capitale da loro investito nel fondo. In questo caso, l'indice di rendimento adottato deve essere neutrale ai flussi di cassa menzionati, in quanto indipendenti dalle decisioni di investimento del gestore stesso.

La soluzione appropriata è il cosiddetto *Time Weighted Rate of Return (TWR)*, che si calcola come illustrato di seguito.

Si consideri un generico periodo di valutazione del gestore $[t_0, T]$, caratterizzato da flussi di cassa in occasione delle n scadenze successive t_0, t_1, \dots, t_{n-1} , cioè:

$$t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = T$$

Supponiamo che flusso i -esimo $F(t_i)$ abbia effetti finanziari, cioè alteri il capitale investito dal fondo, a partire dall'inizio

1.1 Il metodo Time Weighted

del sottoperiodo $[t_{i-1}, t_i]$: allora, il rendimento realizzato nel sottoperiodo è:

$$r(i-1, i) = \frac{V(t_i)}{V(t_{i-1}) + F(t_i)} - 1 \quad (2)$$

con $i = 1, 2, \dots, n$ e dove $V(t_{i-1})$ è il patrimonio netto del fondo alla scadenza $(i-1)$ esima, cioè prima dell'effetto del flusso $F(t_i)$. Il rendimento realizzato dal fondo nell'arco del periodo di valutazione secondo il metodo *TWRR* è:

$$R(t_0, T) = \prod_{i=1}^n [1 + r(i-1, i)] - 1 \quad (3)$$

Si noti che per ottenere la formula (3) si presuppone la capitalizzazione composta dell'investimento.

Lo stesso indice di rendimento si può calcolare direttamente sulla base della serie storica dei valori delle quote nel periodo di osservazione, poiché la raccolta netta realizzata dal fondo in occasione di ogni scadenza non altera il valore della singola quota, ma semplicemente il numero di quote esistenti nel corso del sottoperiodo successivo.

Infatti, se indichiamo con $x(t_i)$ il numero di quote effettive durante il sottoperiodo $[t_{i-1}, t_i]$, il valore della quota fissato in t_i è:

$$q(t_i) = \frac{V(t_i)}{x(t_i)}$$

e l'ammontare della raccolta netta si può esprimere come:

$$F(t_i) = [x(t_i) - x(t_{i-1})]q(t_{i-1})$$

Sostituendo queste due identità nella (2) si ottiene:

$$\begin{aligned} r(i-1, i) &= \frac{q(t_i)x(t_i)}{q(t_{i-1})x(t_{i-1}) + [x(t_i) - x(t_{i-1})]q(t_{i-1})} - 1 \\ &= \frac{q(t_i)}{q(t_{i-1})} - 1 \end{aligned}$$

che è quanto si voleva mostrare.

Il metodo *TWRR* è l'indice di rendimento standard indicato nelle linee guida *GIPS* (*Global Investment Performance Standards*) per i fondi comuni di investimento, in quanto, come si è detto, consente un confronto delle performance realizzate da diversi fondi, fra di loro o con il rendimento di un portafoglio *benchmark*, che non sia influenzato dalla dinamica della raccolta netta e, più in generale, di tutti i flussi di cassa che sono indipendenti dalle scelte di gestione.

1.2 Il metodo Money Weighted

Dal punto di vista del singolo cliente del fondo, il *TWRR* non è un indice appropriato qualora egli sia interessato a valutare il rendimento effettivo del proprio investimento in un fondo comune. In tal caso, infatti, è necessario che si impieghi un indice che tenga adeguatamente conto degli apporti o delle sottra-

zioni di capitale che egli effettua nel corso del periodo di investimento. Il *Money Weighted Rate of Return (MWR)* è l'indice appropriato in questo caso, poiché misura non solo l'effetto del contributo apportato dal gestore, ma anche quello delle decisioni di investimento (o disinvestimento) del cliente in ragione della scadenza in cui hanno avuto luogo. Con riferimento alle grandezze definite nel paragrafo precedente, siano:

$$F(t_0, T) = \sum_{i=1}^n F(t_i)$$

la somma dei flussi di cassa durante il periodo di valutazione $[t_0, T]$ e,

$$\underline{V}(t_0, T) = V(t_0) + \sum_{i=1}^n \frac{T - t_{i-1}}{T} F(t_i) \quad (4)$$

il patrimonio medio investito dal cliente (o giacenza media) nel medesimo periodo. Ciò posto, *MWR* si calcola come:

$$R(t_0, T) = \frac{V(T) - V(t_0) - F(t_0, T)}{\underline{V}(t_0, T)} \quad (5)$$

Diversamente dal *TWR*, l'indice *money weighted*, che presuppone il regime di capitalizzazione semplice, non richiede che siano noti i valori del portafoglio gestito alle scadenze intermedie. Pertanto, è intuitivo che i risultati che si ottengono applicando il primo piuttosto che il secondo indice siano tanto più diversi quanto più eterogenei sono i tassi di rendimento realizzati dal fondo nei vari sottoperiodi. Inoltre, la discrepanza aumenta con la misura in cui i flussi di cassa intermedi sono di entità disomogenea.

Per comprendere meglio le procedure di calcolo degli indici finora illustrati è utile avvalersi di un semplice esempio. La Tabella 1 rappresenta schematicamente la storia di un ipotetico investimento in un fondo comune nel corso del 1999. Per semplicità, l'anno è suddiviso in quattro trimestri; si assume che le scadenze dei flussi di cassa coincidano con l'inizio di ciascun trimestre.

Ogni colonna della tabella riporta, dall'alto verso il basso, il valore dell'investimento a fine periodo, il flusso di cassa e il capitale investito a inizio periodo; nell'ultima riga compare il

1.3 Indici a confronto

Tab 1 Schema dell'investimento in un fondo comune

i	0	1	2	3	4
t_i	31/12/98	31/03/99	30/06/99	31/09/99	31/12/99
$V(t_i)$	1.000	2.400	1.260	1.386	2.400
$F(t_i)$		1000	-1000	0	214
$V(t_{i-1}) + F(t_i)$		2.000	1.400	1.260	1.600
$r(i-1, i)$		20,0%	-10,0%	10,0%	50,0%

tasso di rendimento realizzato. La prima colonna, intestata $i=0$, contiene *pro memoria* il patrimonio $V(t_0)$ alla fine del 1998, che è pari a 1.000 Euro.

Il capitale investito nel primo periodo, che si legge nella seconda colonna, ammonta a $V(t_0)+F(t_1)=1.000 + 1.000=2.000$ Euro in quanto all'inizio del 1999 vengono acquistate quote per mille Euro. Il primo trimestre si conclude con un guadagno di 400 Euro sul capitale investito, corrispondente a un tasso di rendimento di periodo del 20%. La lettura della tavola per i periodi rimanenti è analoga. Sulla base dei dati riportati si possono calcolare gli indici di rendimento *time weighted* e *money weighted* per l'intero anno 1999.

Il $TWRR$ si ricava immediatamente dall'ultima riga della tavola come:

$$R_{TWRR} = (1+0,2) \times (1-0,1) \times (1+0,1) \times (1+0,5) - 1 = 78,2\%$$

Per quanto riguarda il $MWRR$, è necessario innanzitutto calcolare il totale dei flussi di cassa e la giacenza media dell'anno:

$$F = 1000 - 1000 + 214 = 214$$
$$V = 1000 + 1000 - 3/4 * 1000 + 1/4 * 214 = 1303,5$$

Applicando la (5) si ottiene:

$$R_{MWRR} = \frac{2400 - 1000 - 214}{1303,5} = 91,0\%$$

I risultati ottenuti mostrano come, adottando diverse procedure, sia possibile pervenire a valutazioni marcatamente diverse del rendimento annuale. L'indice *money weighted* supera quello *time weighted* di oltre dieci punti percentuali. Ciò è dovuto principalmente al disinvestimento di 1.000 Euro all'inizio del secondo periodo, in cui il rendimento del fondo è negativo, che riduce l'impatto sul capitale della perdita subita dal gestore. È opportuno sottolineare che la differenza tra i risultati prodotti dai due indici non è dovuta a un errore nell'uno o nell'altro. Di fatti, come si è spiegato in precedenza, il $TWRR$ e il $MWRR$ sono intesi per misurare il rendimento da due prospettive differenti: nel primo caso isolando l'attività del gestore del fondo, nel secondo comprendendo anche gli effetti degli apporti (o delle sottrazioni) di capitale decisi dal quotista alle diverse scadenze. La discrepanza fra i due, quindi, non deve sorprendere.

2 La comparazione dei fondi di investimento

Parallelamente al processo di determinazione della redditività di un fondo di investimento è necessario procedere ad una misurazione del rischio di tale prodotto finanziario, altra caratteristica fondamentale di un portafoglio gestito.

Il rischio di un fondo d'investimento è concepibile come l'incertezza legata alla realizzazione di un dato rendimento e l'incertezza è generalmente collegata al concetto di varia-

bilità o volatilità. I fondi comuni rappresentano uno strumento finanziario rischioso, in quanto il valore delle loro quote è soggetto a variazioni e proprio l'ordine di grandezza di tali variazioni determina il livello di rischiosità dello strumento finanziario. Esistono, tuttavia, delle tipologie di strumenti finanziari che non sono soggetti a rischi, cioè l'investitore è in grado di conoscere con certezza quanto riceverà al termine del periodo d'investimento. Tali strumenti sono denominati risk-free asset, cioè strumenti finanziari privi di rischio e sono costituiti dai titoli di stato con scadenza a breve (ad esempio BOT a tre mesi). I fondi d'investimento, essendo strumenti finanziari rischiosi, dovrebbero offrire rendimenti tali da compensare il risparmiatore per il livello di rischiosità che assume investendo in essi e proprio in base al livello della redditività prodotta in relazione alla loro rischiosità è possibile effettuare una valutazione e classificazione dei prodotti dell'industria del risparmio gestito.

L'analisi di tale relazione deve avvenire su orizzonti temporali di una certa lunghezza, in quanto solo nel medio/lungo periodo gli effetti di possibili eventi casuali vengono neutralizzati. Gli studi sulla performance dei fondi che vengono effettuati su periodi brevi, come ad esempio un mese o un anno, non sono in grado di fornire indicazioni utili per effettuare una valutazione.

L'obiettivo che un gestore di portafogli deve quindi perseguire, e sulla cui base deve essere valutato, è quello di raggiungere il rendimento più elevato dato un determinato livello di rischio del suo portafoglio, o viceversa di minimizzare il proprio rischio dato un certo rendimento assunto come target. Analizzare i fondi di investimento considerando esclusivamente il loro rendimento non permette di ricavare indicazioni esaustive sulla bontà del prodotto, dato che, il rendimento è funzione del rischio e quindi degli obiettivi e delle attività sulle quali il fondo investe. Tali elementi rappresentano un vincolo più o meno stringente per il gestore e devono servire per raffrontare fondi e gestori che presentino caratteristiche omogenee in termini di rischiosità implicita e stile di gestione. Il rischio dei diversi fondi dipende dunque prevalentemente dai propri obiettivi di investimento, cioè da quegli elementi individuabili all'interno del prospetto informativo che caratterizzano il prodotto finanziario e lo distinguono da altri. Fondi che detengono attività più rischiose hanno storicamente una volatilità maggiore ed un rendimento maggiore.

Si è sottolineato che il gestore non è libero di assumere qualsiasi livello di rischio che ritenga opportuno, infatti, nel prospetto di ogni fondo è indicato un parametro oggettivo di riferimento o benchmark, il quale "*individua il profilo di rischio e le opportunità del mercato in cui tipicamente il fondo investe*" (Asso-gestioni, *Benchmark e fondi comuni*, 1999).

Il benchmark è costituito da un indice o da un paniere di indici di mercato (ad esempio: MIB30, S&P500, NASDAQ100) e caratterizza o meglio condiziona l'operatività del gestore in termini di rischio. La comunicazione del benchmark consente all'investitore di conoscere ex-ante il livello di rischio tipico del mercato sul quale il fondo investe. Se ad esempio il parametro oggettivo di riferimento di un portafoglio è rappresentato dal MIB30 significa che il gestore seleziona i titoli sui quali investire all'interno di quelli che compongono tale indice di mercato e quindi fornisce al risparmiatore un'indicazione della rischiosità del prodotto.

Il benchmark fornisce dunque indicazioni sulla rischiosità del prodotto gestito, dato che fondi con benchmark azionari, investendo in azioni, risulteranno più volatili rispetto a quei fondi caratterizzati da un parametro oggettivo di riferimento rappresentato da un indice obbligazionario. In realtà il livello di rischiosità del benchmark non si mantiene costante nel tempo, ma è soggetto a cambiamenti a causa dei mutamenti macroeconomici che i vari mercati registrano.

Nella Tabella 2 è rappresentata la volatilità di tre indici di mercato utilizzati diffusamente dagli operatori come benchmark. Su archi temporali differenti la volatilità degli indici non rimane costante ma si modifica.

Ciò dimostra che il medesimo mercato non mantiene stabile il proprio livello di rischio e che quindi l'investitore può ritrovarsi con una rischiosità diversa a quella preventivata, dato che il benchmark, come qualsiasi attività finanziaria, è caratterizzato da una varianza che nel tempo si modifica.

	NASDAQ 100	COMIT GENERALE	S&P COMPOSITE
1 anno	46,42%	23,08%	22,09%
3 anni	41,74%	25,68%	24,24%
5 anni	36,75%	24,72%	21,97%
10 anni	31,08%	26,30%	19,53%

Elaborazione su dati Thomson Financial Datastream.

La Figura 1 conferma come nell'ultimo decennio il rischio dei tre benchmark si sia modificato. Tale grafico è stato costruito considerando periodi rolling della lunghezza di un anno, sempre con dati a frequenza settimanali.

Il benchmark vincola quindi il gestore ad investire su particolari mercati più che ad assumere un determinato livello di rischio. Fondi con medesimo benchmark possono essere caratterizzati da stili di gestione diversi: lo stile di gestione è rappresentato tanto dalle particolari asset class sulle quali il gestore alloca le risorse (small caps, titoli growth o value, ecc...) quanto dalla traduzione operativa della sua filosofia di investimento (top-down, bottom-up), dei suoi strumenti di lavoro (analisi fondamentale, analisi tecnica), delle sue abilità (selezione titoli, market timing).

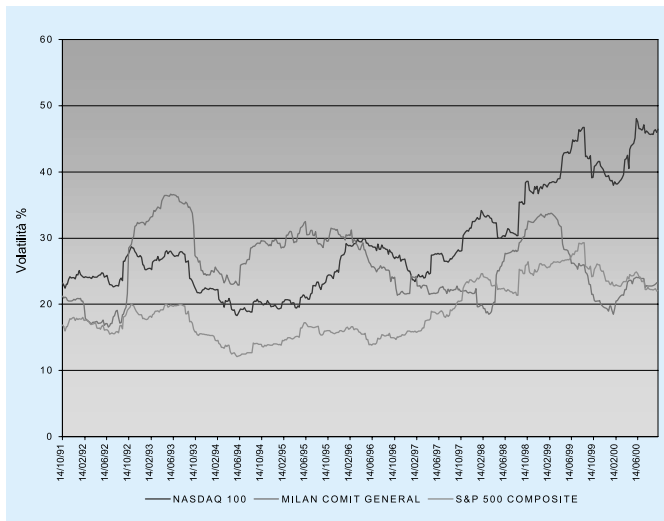


Fig 1 Variabilità nel livello di rischio di alcuni benchmark

Il risparmiatore, che tipicamente deve prendere una decisione di investimento *ex-ante*, non riesce ad avere informazioni sullo stile di gestione se non nel caso in cui questo venga dichiarato dal gestore. Al fine di valutare a posteriori la performance dei fondi di investimento è necessario conoscere, oltre al benchmark utilizzato e alla tipologia di strategia seguita, anche lo stile di gestione che ha adottato il gestore in un certo *evaluation period*.

Se in un'ottica *ex-ante* lo stile di gestione è individuabile solamente qualora venga dichiarato dal money manager, a posteriori è possibile utilizzare la metodologia della style analysis sviluppata da Sharpe per determinare su quali asset class il fondo ha diversificato il proprio patrimonio.

Dalle diverse considerazioni svolte emerge che per compiere delle valutazioni metodologicamente corrette della performance è estremamente importante effettuare confronti tra fondi di investimento il più possibile omogenei. Le suddivisioni dei prodotti gestiti che vengono svolte sulla base del benchmark dichiarato possono condurre alla creazione di classi troppo eterogenee al proprio interno e quindi non adeguate per lo svolgimento di analisi comparate.

La classificazione dei fondi di investimento all'interno di categorie omogenee rappresenta una questione controversa e oggetto di continuo studio, in quanto non risulta di semplice soluzione. A tal riguardo la letteratura specializzata propone di raggruppare i prodotti gestiti in gruppi, denominati peer groups, in modo tale da creare insieme il più possibile omogenei al loro interno ed eterogenei tra loro. L'omogeneità all'interno dei gruppi è conseguita sulla base della composizione di portafoglio effettiva del prodotto gestito. Tale composizione è ricavabile, con un buon livello di approssimazione, attraverso l'analisi dello stile di gestione. Ogni peer group conterrà quindi quei fondi caratterizzati da stili di ge-

stione affini. In tal modo i prodotti all'interno del gruppo risultano direttamente confrontabili dato che presentano profili di rischio-rendimento simili.

Si è espressa diverse volte la necessità di effettuare classificazioni dei fondi di investimento su orizzonti temporali medio/lunghi. Oltre ad analizzare un prodotto dell'industria del risparmio gestito in un determinato evaluation period è estremamente importante valutare come cambi la performance del fondo nel tempo. Emerge dunque che le classificazioni non possono basarsi sulla valutazione esclusiva delle abilità del gestore in un dato tempo, ma devono anche prendere in considerazione la persistenza della performance, cioè la permanenza nel tempo delle diverse componenti della performance. I risparmiatori, infatti, sono interessati ad investire in fondi che mantengano i propri risultati nel tempo e non a quei prodotti che appaiano nelle migliori posizioni di una classifica solo per brevi periodi.

3 Misure Risk-adjusted performance

La valutazione dei fondi di investimento deve essere effettuata considerando congiuntamente sia il rendimento sia il rischio. Le analisi devono essere poi condotte su basi relative, vale a dire che si devono valutare i fondi alla luce del benchmark dichiarato. Inoltre, sono possibili confronti solo tra prodotti omogenei e con livello di rischiosità simile, cioè che adottano il medesimo parametro oggettivo di riferimento o stile di gestione.

In questo paragrafo si presentano una serie di indicatori denominati risk-adjusted performance (RAP) i quali sintetizzano in un indice sia una misura di rendimento sia una di rischio. La particolarità di queste misure è dunque quella di fornire una misura di rendimento rettificata per il livello di rischio che è stato assunto per ottenere tale risultato. Tale opera di rettifica avviene rapportando il rendimento del fondo alla sua rischiosità.

Attraverso l'utilizzo delle misure RAP il confronto tra i vari prodotti risulta semplificato, dato che tutta l'informazione necessaria a valutare in base al trade-off rendimento-rischio il fondo di investimento è racchiusa in un numero. Il fondo con la misura RAP più elevata risulta il migliore, dato che si è collocato sulla migliore posizione nell'ambito della relazione esistente tra rendimento e rischio.

Prima di analizzare le singole misure RAP si mostrano le metodologie da utilizzare per quantificare la rischiosità di un prodotto dell'industria del risparmio gestito.

Nel secondo paragrafo si è affermato che il rischio di un fondo di investimento dipende dalla variabilità dei rendimenti o dal loro livello di dispersione intorno al rendimento medio. La misura usualmente utilizzata per quantificare tale dispersione è la deviazione standard (o standard deviation) la quale viene determinata tramite la seguente espressione:

$$DS = \sigma(R_t) = \sqrt{\frac{1}{T} * \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2} \quad (6)$$

in cui:

$\sigma(R_t)$: volatilità o deviazione standard del fondo;

\bar{R} : rendimento medio del fondo durante l'evaluation period;

R_t : rendimento sottoperiodale;

T : numero di sottoperiodi all'interno dell'evaluation period.

Il radicando dell'espressione (6) viene denominato varianza e spesso è utilizzato come misura di rischio in modo analogo alla deviazione standard. La moderna teoria del portafoglio sostiene che il rischio rilevante che deve essere considerato e per il quale l'investitore viene compensato non è quello misurato tramite la standard deviation, ma quello rappresentato dal beta. È possibile, infatti, considerare due componenti di rischio di un portafoglio:

- il rischio complessivo
- il rischio sistematico o di mercato

Il primo è quello misurato dalla standard deviation e rappresenta la variabilità totale dei rendimenti; il secondo invece evidenzia la sensibilità del fondo rispetto ai movimenti di mercato. Il rischio sistematico inoltre costituisce quella parte di rischio non diversificabile di un portafoglio e quindi rappresenta la componente principale di rischiosità di un fondo comune dato che quest'ultimo non è altro che un portafoglio ben diversificato.

Inoltre, qualora l'investitore possedesse un portafoglio di attività finanziarie composto da fondi sarebbe più interessato a conoscere il rischio sistematico dei fondi in portafoglio piuttosto che il loro rischio complessivo.

Il beta viene utilizzato per misurare la sensibilità dei rendimenti di un fondo in relazione al mercato (o ad un benchmark) e mira a determinare se il fondo sia più o meno rischioso rispetto al mercato. Il beta misura dunque il rischio rispetto al mercato, rischio che deriva dalle variazioni dell'intero mercato. Il beta di un portafoglio viene espresso dalla seguente formula:

$$\beta_P = \frac{\sigma_{PM}}{\sigma_M^2} \quad (7)$$

nella quale:

σ_{PM} : rappresenta la covarianza tra i rendimenti del fondo e i rendimenti del mercato;

σ_M^2 : costituisce la varianza dei rendimenti del mercato.

Come si è detto può anche essere calcolato un beta nei confronti non del mercato ma di un appropriato benchmark. In tal caso si dovrà utilizzare una misura della covarianza tra i rendimenti del fondo e del benchmark e una della varianza del benchmark. Analogamente a quanto avviene con la deviazione standard, maggiore risulta il beta di un fondo maggiore è il rischio sopportato.

La misura RAP più nota e più utilizzata dalle società di gestione e dalla stampa è l'indice di Sharpe. Tale misura venne introdotta originariamente nel 1966 dal premio Nobel William F. Sharpe con il termine *reward to variability ratio*.

Ai fini del calcolo di questo indicatore è necessario conoscere il premio per rischio del fondo e la sua deviazione standard. Se indichiamo con la misura di Sharpe otteniamo:

$$S = \frac{\overline{R} - \overline{R}_f}{\sigma(R_t)} = \frac{\overline{ER}}{\sigma(R_t)} \quad (8)$$

in cui:

\overline{R} : rendimento medio del fondo durante l'evaluation period;

\overline{R}_f : rendimento medio dell'attività risk-free durante il medesimo periodo;

$\sigma(R_t)$: deviazione standard o rischio del fondo durante il periodo di valutazione;

\overline{ER} : excess return o premio per il rischio medio.

L'indice di Sharpe rappresenta una misura del premio per il rischio calcolata su base unitaria, cioè su ogni unità di rischio.

Emerge quindi che il fondo con l'indicatore più elevato è quello che è riuscito a creare il maggior valore per unità di rischio e si è dunque collocato nella migliore posizione nell'ambito del trade-off rischio-rendimento.

Attraverso l'indice di Sharpe è possibile confrontare e classificare fondi omogenei per benchmark. Infatti, essendo la misura basata sulla relazione esistente tra rischio e rendimento, risulta che il fondo con il più alto indice di Sharpe è anche quello che ha prodotto il rendimento più alto in base al proprio livello di volatilità.

Se all'espressione (8) sostituiamo le informazioni inerenti al fondo con quelle del benchmark che viene seguito dalla gestione, cioè se al rendimento medio e alla volatilità del prodotto poniamo le rispettive misure del parametro oggettivo di riferimento, determiniamo l'indice di Sharpe del benchmark:

$$S_B = \frac{\overline{R}_B - \overline{R}_f}{\sigma(R_{B_t})} = \frac{\overline{ER}_B}{\sigma(R_{B_t})} \quad (9)$$

Al fine di determinare le qualità del fondo di investimento che si desidera valutare si può confrontare l'indice di Sharpe del benchmark con quello del portafoglio gestito. Se l'indice di Sharpe risulta superiore a quello del benchmark significa che il gestore del fondo ha ottenuto risultati superiori, nell'ambito del trade-off rischio-rendimento, rispetto a quelli del parametro oggettivo di riferimento, vale a dire che ha prodotto maggior rendimento per unità di rischio rispetto al benchmark. La scelta del fondo migliore all'interno di un insieme omogeneo, quindi di strumenti caratterizzati da benchmark equivalenti, può essere svolta anche graficamente. Se nello spazio rischio-rendimento collochiamo i prodotti gestiti e l'attività priva di rischio, ed in seguito uniamo

tramite una semiretta ogni punto indicante il fondo con l'attività risk-free, il fondo migliore risulterà quello sulla linea con maggiore pendenza.

Nella Figura 2 sono rappresentati nello spazio cartesiano rischio-rendimento tre fondi che adottano come benchmark il MIB30. È evidenziata anche la collocazione dell'attività priva di rischio e del benchmark.

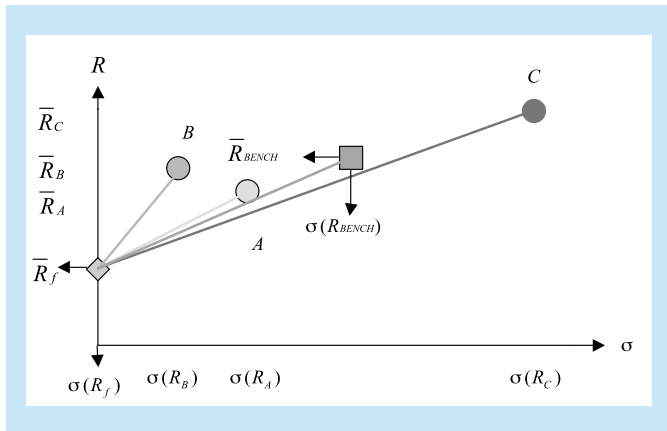


Fig 2 Interpretazione grafica dell'indice di Sharpe

Dall'analisi del grafico emerge che i tre fondi si trovano su semirette con diversa pendenza, e quindi con differenti indici di Sharpe. Dalla rappresentazione si ricava, infatti, che:

$$S_B > S_A > S_{BENCH} > S_C$$

Emerge quindi che il fondo *B* ha raggiunto risultati, in termini di rischio e rendimento, superiori rispetto agli altri due prodotti ed al benchmark e risulta quindi il migliore. Se avessimo classificato i gestori solo sulla base del rendimento da questi prodotto saremmo arrivati a valutazioni errate dato che avremmo collocato al primo posto il fondo *C*. Tale fondo ha ottenuto rendimenti superiori perché il suo gestore si è posizionato su livelli di rischiosità più elevati rispetto agli altri fondi o al benchmark e non quindi perché dispone di particolari abilità. Si ribadisce dunque l'importanza di non redigere classificazioni dei prodotti gestiti considerando esclusivamente il loro rendimento, ma effettuare analisi attraverso misure che, per costruzione, considerino oltre al rendimento anche il rischio.

Modigliani e Modigliani nel 1997 proposero una misura alternativa di risk-adjusted performance. L'obiettivo perseguito era quello di costruire una misura di facile comprensione dato che l'indice di Sharpe potrebbe risultare di difficile interpretazione per l'investitore medio.

L'idea sottostante a tale misura RAP è quella di confrontare i fondi con medesimi obiettivi di investimento (medesimo benchmark) portandoli ad un uguale livello di rischio, cioè variare la loro rischiosità fino a farla coincidere con quella del benchmark ed in seguito misurare il rendimento di questi

3.2 Indice di Modigliani

fondi *modificati*. In pratica, per ciascun fondo di investimento con un dato rendimento e rischio, la misura di Modigliani determina il rendimento che il fondo avrebbe ottenuto se avesse assunto lo stesso livello di rischio del benchmark.

La particolarità di tale misura risiede nel fatto che è espressa, coerentemente al rendimento prodotto dal fondo, in percentuale e risulta quindi di facile interpretazione. Inoltre, l'investitore può confrontare il rendimento *modificato* del fondo direttamente con quello offerto dal benchmark o da altri fondi e può anche valutare facilmente i risultati del gestore attraverso la determinazione della redditività differenziale, vale a dire calcolando la differenza tra rendimento *modificato* del fondo e benchmark. Emerge chiaramente che il fondo con la più alta misura di Modigliani risulta il migliore esattamente come il fondo avente la misura di Sharpe più elevata. Al fine di determinare la misura RAP di Modigliani si applica l'espressione seguente:

$$RAP_M = (\bar{R} - \bar{R}_f) * \frac{\sigma_B}{\sigma_F} + \bar{R}_f \quad (10)$$

RAP_M : misura di Modigliani;

\bar{R} : rendimento medio del fondo di investimento durante l'evaluation period;

\bar{R}_f : rendimento medio dell'attività priva di rischio nell'evaluation period;

σ_B : deviazione standard del benchmark nell'evaluation period;

σ_F : deviazione standard del fondo durante l'evaluation period.

La Figura 3, costruita in un piano cartesiano rischio-rendimento presenta un'illustrazione grafica della misura di Modigliani. Dopo aver collocato nel piano il fondo A, il fondo B ed il benchmark si sono determinati i rendimenti "modificati" o misure RAP dei due fondi.

Tale operazione è stata eseguita trascinando i fondi sulle semirette che li uniscono all'attività priva di rischio fino al

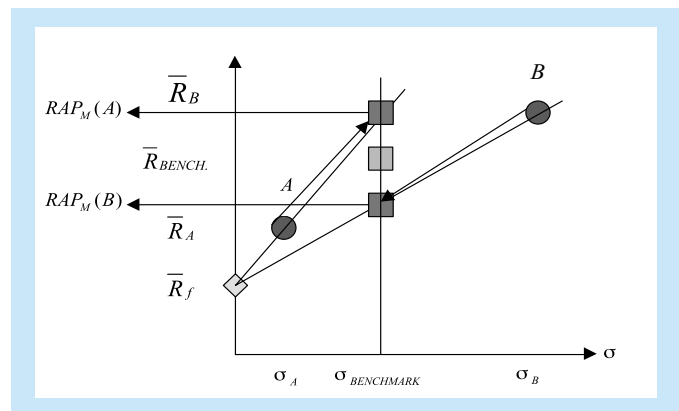


Fig 3 Interpretazione grafica dell'indice di Modigliani

punto in cui questi presentano un livello di rischio pari a quello del benchmark. Tali punti sono rappresentati dai due quadrati grigi. In corrispondenza di tali punti si può leggere sull'asse delle ordinate il rendimento *modificato*.

Questo rendimento rappresenta la misura risk-adjusted performance di Modigliani.

L'analisi grafica mostra che il fondo *A* è preferibile al fondo *B* in quanto caratterizzato da una misura di Modigliani più elevata. Se avessimo valutato i due fondi solo sulla base del rendimento avremmo effettuato un'analisi errata dato che avremmo selezionato il fondo *B* il quale presenta una redditività superiore al fondo *A*.

Tuttavia le misure $RAP_M(A)$ e $RAP_M(B)$ indicano che il fondo *B* ha ottenuto un rendimento superiore perché ha assunto un rischio superiore e non quindi perché il suo gestore dispone di particolari abilità, mentre il fondo *A*, sebbene abbia reso meno del benchmark, ha prodotto un rendimento rettificato per il rischio (RAP) più elevato di *B* e del parametro oggettivo di riferimento.

Se determiniamo la differenza tra il rendimento del benchmark e la misura RAP di Modigliani dei fondi otteniamo il rendimento (rettificato per il rischio) differenziale (positivo o negativo) dei due prodotti gestiti.

È interessante rilevare che stilare una classifica dei fondi di investimento tramite la misura di Modigliani o l'indice di Sharpe è identico. Infatti, utilizzando il medesimo benchmark, le due misure non possono che fornire le medesime risposte dato che la misura di Modigliani non è altro che l'indice di Sharpe moltiplicato per la deviazione standard del benchmark. Tuttavia la misura di Modigliani è rappresentata da un valore percentuale mentre l'indice di Sharpe da un coefficiente angolare.

Il benchmark oltre ad essere ex-ante un indicatore del profilo di rischio di un fondo può essere utilizzato ex-post come termine di valutazione della performance.

Al fine di valutare la performance di un fondo di investimento è dunque necessario far riferimento al benchmark dichiarato dal fondo, il quale abbia auspicabilmente le medesime caratteristiche del fondo in termini di rischio e rendimento. Nell'effettuare il confronto si deve tuttavia considerare che il benchmark è costituito da un portafoglio virtuale, che quindi non tiene conto di una serie di elementi che impattano sulla redditività del fondo ma non su quella del parametro oggettivo di riferimento.

Si pensi ai costi di gestione, agli oneri fiscali, ai costi di liquidità: oneri che il gestore di un fondo sostiene mentre un benchmark, quale ad esempio un indice di mercato, per costruzione non prende in considerazione. Inoltre, al fine di redigere delle valutazioni efficienti, è estremamente importante effettuare il confronto tra benchmark e fondo di inve-

3.3 L'information ratio

stimento su orizzonti temporali medio/lunghi. Assogestioni (1999) prescrive che tanto più il fondo che si analizza è rischioso tanto più deve essere lungo l'arco temporale da considerare. Valutazioni su periodi inferiori all'anno risultano comunque inaccettabili dato che le differenze tra benchmark e fondo possono risultare del tutto casuali.

Per confrontare i risultati di diversi portafogli gestiti, in termini di rendimento e di rischio, è quindi necessario disporre di misure ex-post che mostrino le abilità relative del gestore rispetto al parametro di riferimento. Una misura risk-adjusted performance che può essere utilizzata a tal proposito è l'information ratio, il quale è definito come segue:

$$IR = \frac{\overline{TE}}{\sigma(TE_t)} \quad (11)$$

in cui:

\overline{TE} : tracking error medio del fondo;

$\sigma(TE_t)$: deviazione standard del tracking error.

Il tracking error rappresenta la differenza tra il rendimento del fondo e quello del benchmark e viene determinato tramite la seguente espressione:

$$TE_t = R_t - R_{Bt}$$

dove:

TE_t : tracking error del fondo in t ;

R_{Bt} : rendimento offerto dal benchmark in t ;

R_t : rendimento del fondo in t .

Il tracking error rappresenta il valore aggiunto che il fondo ha prodotto rispetto al benchmark e costituisce quindi una misura della bontà del prodotto. Tale rendimento ha la proprietà di essere un differenziale determinato su basi relative, dato che ogni fondo viene confrontato con i propri obiettivi e non con un riferimento generico come l'attività risk-free. Il denominatore dell'espressione (11) rappresenta invece una misura di rischio relativa, infatti, la deviazione standard del tracking error misura la volatilità di tale premio prodotto dal fondo rispetto al benchmark di riferimento. La volatilità del tracking error fornisce indicazioni sulla rischiosità differenziale che si sopporta investendo nel fondo rispetto all'alternativa virtuale di detenere direttamente il benchmark. Tale misura mostra quindi quanto rischio aggiuntivo, rispetto al benchmark, il gestore ha assunto al fine di produrre un determinato differenziale di rendimento.

L'analisi del tracking error e della sua volatilità fornisce un'indicazione migliore delle qualità del fondo rispetto al rendimento medio o alla deviazione standard, dato che tali misure sono costruite parametrando il risultato di ogni fondo al proprio benchmark. Qualora si prenda in considerazione l'andamento del tracking error di un fondo o la sua volatilità si può analizzare se questo sia simile o si discosti significativamente dal benchmark. Da tale analisi è possibile stabilire se il gestore del fondo adotti un tipo di strategia passiva oppure attiva. Con

il termine gestione passiva ci si riferisce a quei fondi che tendono a replicare un predefinito benchmark o indice di mercato. I gestori di tali fondi acquistano ciascuna attività nella medesima proporzione in cui questa è presente nell'indice. L'obiettivo perseguito da tali fondi è dunque quello di ottenere un rendimento il più simile possibile a quello del benchmark e vengono quindi valutati proprio in base al livello di accuratezza raggiunto in tale opera di duplicazione. I fondi di investimento che adottano tale politica di investimento vengono anche denominati *index fund*. Un gestore attivo, invece, è colui che costruisce il proprio fondo sulla base delle proprie aspettative sul futuro. Tale gestore non detiene le attività nella medesima proporzione in cui queste sono presenti nel benchmark ma, in base alle proprie previsioni e analisi, attribuisce maggior peso a quei settori o titoli che prevede otterranno risultati migliori rispetto al resto del mercato.

L'indicatore rappresentato dall'espressione (11) appare simile nella sua formulazione all'indice di Sharpe, in quanto l'extra-rendimento del fondo viene determinato in un caso considerando l'attività priva di rischio (indice di Sharpe), mentre nell'altro prendendo come riferimento il benchmark (*information ratio*). L'indice di Sharpe potrebbe essere pensato quindi come un caso particolare dell'*information ratio* in cui la funzione del benchmark viene svolta dall'attività *risk-free*.

L'*information ratio*, benché molto meno utilizzato dagli operatori e dai media, fornisce delle informazioni sulla qualità del prodotto gestito più approfondite dell'indice di Sharpe, dato che il maggior rendimento e rischio del fondo viene determinato sulla base del benchmark e non dell'attività priva di rischio. L'*information ratio* ha quindi la proprietà di sintetizzare sia una misura di extra-rendimento sia una di extra-rischio del fondo rispetto al benchmark. Dato che tale indicatore viene costruito sulla base del parametro oggettivo di riferimento, esso può essere interpretato come la capacità del gestore di produrre extra-rendimento per unità di rischio rispetto al benchmark di riferimento.

In base alla costruzione dell'indice emerge che un fondo di investimento che opera seguendo una strategia di gestione attiva sarà tanto migliore quanto più sarà stato in grado di massimizzare il proprio rendimento differenziale rispetto al benchmark e minimizzare la rischiosità sempre su base differenziale. Infine si evidenzia che, a parte la simile rappresentazione analitica tra indice di Sharpe e *information ratio*, le classificazioni dei fondi condotte tramite i due indicatori risultano generalmente differenti.

Nel 1968 l'economista Michael Jensen sviluppò una misura *risk-adjusted performance* al fine di analizzare l'abilità del gestore di un fondo di investimento di prevedere i prezzi futuri delle attività finanziarie e quindi che consentisse di de-

3.4 L'alfa di Jensen

terminare la capacità di quest'ultimo di selezionare i titoli sottovalutati.

Tale misura, comunemente denominata alfa di Jensen (α), è infatti definita come il rendimento incrementale o extrarendimento che un fondo di investimento ha prodotto rispetto alla redditività che avrebbe dovuto offrire sulla base del suo livello di rischio sistematico.

La misura in esame è costruita su un modello di asset pricing, il Capital Asset Pricing Model (CAPM), il quale definisce il rendimento atteso delle attività finanziarie (quindi anche di un fondo di investimento) sulla base dell'indicatore di rischio beta (β).

Il beta, come esposto in precedenza, quantifica il rischio di mercato o rischio sistematico di un'attività finanziaria, cioè misura la correlazione esistente tra il rendimento di un fondo di investimento e il rendimento del mercato o del benchmark. I prodotti gestiti che presentano valori significativamente positivi nel tempo dell'alfa di Jensen sono riusciti a *battere il mercato*, cioè hanno prodotto un rendimento superiore a quello atteso in base al rischio sistematico assunto. Tale extrarendimento è stato determinato dalla capacità del money manager di posizionarsi con maggior peso sui titoli sottovalutati che compongono il benchmark da un lato, e dall'altro di ridurre l'esposizione verso le attività sopravvalutate.

I fondi di investimento caratterizzati da valori significativamente negativi nel tempo dell'alfa non sono invece riusciti a *battere il mercato*, hanno selezionato i titoli meno performanti e quindi hanno prodotto un rendimento inferiore rispetto a quello che avrebbero dovuto produrre sulla base della loro rischiosità. I gestori di tali fondi non mostrano possedere quindi particolari abilità nell'individuare le attività finanziarie maggiormente promettenti. Analiticamente l'alfa di Jensen può essere determinata come segue:

$$\alpha_p = \bar{R} - \bar{R}_{CAPM} \quad (12)$$

in cui:

α_p : alfa di Jensen del fondo, o extra-rendimento;

\bar{R} : rendimento medio del fondo;

\bar{R}_{CAPM} : rendimento che il fondo avrebbe dovuto offrire sulla base del CAPM ovvero in base al proprio livello di rischio di mercato (β_p).

Il tasso di rendimento determinato sulla base del CAPM può essere ricavato ricorrendo alla classica espressione del modello:

$$\bar{R}_{CAPM} = \bar{R}_f + \beta_p * (\bar{R}_B - \bar{R}_f) \quad (13)$$

dove:

\bar{R}_{CAPM} : rendimento medio determinato applicando il CAPM;

\bar{R}_f : rendimento medio dell'attività priva di rischio;

\bar{R}_B : rendimento medio del benchmark;

β_P misura di rischio sistematico del fondo di investimento.

Si noti che l'alfa di Jensen è un indicatore risk-adjusted performance espresso in termini percentuali e risulta quindi di semplice comprensione. È inoltre importante evidenziare che le espressioni (12) e (13) devono essere applicate considerando orizzonti temporali medio-lunghi, e che quindi nel breve periodo possono fornire informazioni poco significative.

La Morningstar, società americana indipendente di informazione e valutazione dei prodotti dell'industria del risparmio gestito, ha sviluppato un sistema di rating per classificare i fondi di investimento basato su una misura RAP denominata risk-adjusted rating (*RAR*).

La Morningstar utilizza due sistemi di rating:

- 1 Star rating
- 2 Category rating

L'impostazione metodologica di determinazione risulta simile per ambedue i sistemi, tuttavia sono riscontrabili differenze nei parametri informativi che vengono implementati. Ogni fondo di investimento viene collocato e valutato all'interno di un gruppo o categoria la quale svolge la funzione di benchmark. Tale categoria viene costruita in modo tale da includere fondi con medesimo stile di gestione. Le categorie quindi non vengono redatte sulla base di benchmark generici, come quelli dichiarati nei prospetti, ma in base alla specifica composizione dei portafogli gestiti.

Il risk-adjusted rating di un fondo (*RAR*) appartenente ad una determinata categoria è determinato sottraendo una misura di rischio relativo (*RRisk*) ad una di rendimento relativo (*RRet*):

$$RAR = RRet - RRisk \quad (14)$$

Ciascuna misura relativa è calcolata rapportando la corrispondente misura del fondo (*Ret*, *Risk*) per quella del relativo gruppo di appartenenza. Se $g(P)$ rappresenta il gruppo di appartenenza del fondo si ha:

$$\begin{aligned} RRet &= \frac{Ret}{BRet_{g(P)}} \\ RRisk &= \frac{Risk}{BRisk_{g(P)}} \end{aligned} \quad (15)$$

in cui $BRet_{g(P)}$ e $BRisk_{g(P)}$ costituiscono le basi relative al gruppo di appartenenza del fondo.

Sulla base della misura *RAR* risultante dal procedimento descritto la Morningstar stila la propria classifica dei fondi all'interno del gruppo di appartenenza assegnando delle stelle come segue:

★★★★: fondi che si collocano nel primo decile della classifica;

★★★★: fondi che si collocano nel 22,5% delle posizioni successive;

3.5 Il sistema di rating di Morningstar e Micropal

☆☆☆: fondi che si collocano nel 35% delle posizioni seguenti;

☆☆: fondi che si collocano nel seguente 22,5%;

☆: fondi che si collocano nell'ultimo decile della classifica.

Lo star rating della Micropal, altra società di valutazione dei fondi comuni, è invece costruito sulla base della seguente misura risk-adjusted performance:

$$MI = \frac{\bar{R} - \bar{R}_{cat}}{\sigma(R_t - \bar{R}_{cat t})} \quad (16)$$

dove:

MI : indice Micropal;

\bar{R} : rendimento medio del fondo;

\bar{R}_{cat} : rendimento medio della categoria di appartenenza del fondo;

$\sigma(R_t - \bar{R}_{cat t})$: deviazione standard della differenza di rendimento tra il fondo e la media di categoria di appartenenza del prodotto.

L'indice Micropal risulta simile a quello sviluppato da Sharpe, dato che entrambi rapportano una misura di excess return ad una di rischio.

La particolarità dell'indice Micropal è quella di determinare sia rendimento differenziale sia rischio differenziale rispetto ad una misura media di categoria. Micropal, dopo aver redatto una classifica in base al risultato dell'indice per ciascuna categoria, attribuisce a ogni fondo un punteggio, costituito da stelle, simile a quello della Morningstar:

☆☆☆☆: fondi che si collocano nel primo decile della classifica;

☆☆☆☆: fondi che si collocano nel 20% delle posizioni successive;

☆☆☆: fondi che si collocano nel 20% delle posizioni seguenti;

☆☆: fondi che si collocano nel seguente 25%;

☆: fondi che si collocano nell'ultimo 25% delle posizioni della classifica.

Dall'analisi dei due sistemi di rating emergono differenze nelle modalità con cui vengono redatte le classifiche e nel modo in cui vengono attribuiti i punteggi.

- AIMR, Performance Presentation Standards 1993, 1993.
- Assogestioni, "Standard di presentazione della performance: Manuale AIMR", Quaderni di documentazione e ricerca, n.17, Roma, 1997.
- _____, Benchmark e fondi comuni: Le regole per interpretare e utilizzare correttamente il parametro oggettivo di riferimento, 1999.
- Elton E.J., Gruber M.J., Modern Portfolio Theory and Investment analysis, 5th edition, Wiley & Sons, New York, 1995.
- Standard Italiani di Presentazione delle Performance degli Investimenti (IPPS) - Versione italiana dei GIPS, Italian Investment Performance Committee, Luglio 2002.
- Jensen M.C., "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964", Journal of Finance, May 1968.
- Markowitz H.M., "Portfolio Selection" in Journal of Finance, 7: 77-91, marzo 1952.
- Markowitz H.M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Wiley & Sons, New York, 1959.
- Modigliani F., Modigliani L., "Risk-Adjusted Performance", The Journal of Portfolio Management, Winter 1997.
- Sharpe W.F., "Mutual Fund Performance", Journal of Business, 39, n°1 January 1966.
- _____, "Determining a Fund's Effective Asset Mix", Investment Management Review, Dec. 1988.
- _____, "Asset allocation: management style and performance measurement", Journal of Portfolio Management, Vol. 18 n°1, 1992.
- _____, "The Sharpe ratio", Journal of Portfolio Management, Fall 1994.
- _____, Morningstar's Risk-adjusted Ratings, Stanford University, Jan. 1998.
- Sharpe W.F., Gordon J.A., Bailey J.V., Investments, 5th edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- Simon K. "Risk-Adjusted Performance of Mutual Funds" New England Economic Review, FRB of Boston, Sept.-Oct. 1998.